

QP.No. : BB 783

5SCC

B.Sc. B.Ed. (4 — YEAR INTEGRATED)
DEGREE EXAMINATION, JANUARY 2022.

(For the candidates admitted during the Academic Year
2017–2018 onwards)

Fifth Semester

GRAPH THEORY

Time : 3 hours

Maximum Marks : 70

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL the questions.

1. ஒரு சமதள வரையை வரையறு.

Define a Planar Graph.

2. பீட்டர்சன் வரைபுக்கு ஒத்த ஒப்புமையுடைய இரு வேறு வரைபை வரைக.

Draw any two distinct graphs which are isomorphic to Petersen Graph.

3. ஒரு வரைபின் விட்டத்தை வரையறு.

Define diameter of a graph.

4. K_4 -ன் படுகை அணியை காண்க.

Find the incidence matrix of a K_4 .

5. ஒரு இரு கூறு வரைபு, எடுத்துக்காட்டுடன் வரையறு.
Define a bipartite graph with an example.
6. 5-புள்ளிகளுடைய இரு ஒப்புமையற்ற மரத்தை வரைக.
Draw two non-isomorphic tree on 5-vertices.
7. எந்த m மற்றும் n -ன் மதிப்பிற்கு $K_{m,n}$ ஒரு ஆய்லர் ஆகும்.
For what values of m and n is $K_{m,n}$ eulerian?
8. $C_5 + e$ -ன் மூடல் காண்க.
Find the closure of $C_5 + e$.
9. ஒரு திசை வரைபு G -ன் ஒரு புள்ளியின் உட்பகு மற்றும் வெளியேறு கிளையினை வரையறு.
Define indegree and outdegree of a vertex in digraph G .
10. டோர்னமன்ட் பற்றி எடுத்துக்காட்டுடன் வரையறு.
Define tournament and give an example.

PART B — (5 × 4 = 20 marks)

Answer ALL the questions.

11. $\delta \leq \frac{2q}{p} \leq \Delta$ என நிரூபி.

Prove that $\delta \leq \frac{2q}{p} \leq \Delta$.

12. G ஒரு இணையா வரைபு எனில் G^C ஒரு இணைந்த வரைபு என நிரூபி.

If G is disconnected then prove that G^C is connected.

13. 3, 4 மற்றும் 5 புள்ளிகளை கொண்ட அனைத்து மரங்களையும் காண்க.

Draw all trees with 3, 4 and 5 vertices.

14. G ஒரு ஆய்லர் வரைபு எனில் அதன் ஒவ்வொரு முனையும் இரட்டைப்படை படி உடையதாக இருத்தலாகும் என நிரூபி.

If G is eulerian, then prove that every vertex of G has even degree.

15. திசைவரைபு D -ல் $\sum_{v \in V} d^+(v) = \sum_{v \in V} d^-(v) = q$ என நிரூபி.

q என்பது D -ன் வளைவு.

In a digraph D , prove that $\sum_{v \in V} d^+(v) = \sum_{v \in V} d^-(v) = q$, where q is the number of arcs in D .

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer any FIVE questions.

(Five out of Eight question)

16. p புள்ளிகள் கொண்ட முக்கோணங்கள் அற்ற அனைத்து வரைபுகளிலும் அதிகபட்ச விளிம்புகளின் எண்ணிக்கை $\left\lfloor \frac{p^2}{4} \right\rfloor$ என நிறுவுக.

Prove that the maximum number of edges among all p vertex with no triangles is $\left\lfloor \frac{p^2}{4} \right\rfloor$.

17. (அ) p புள்ளிகள் மற்றும் $\delta \geq \frac{p-1}{2}$ கொண்ட வரைபு G

தொடுப்புடையது என நிரூபி.

(ஆ) வரைபுகளில் பல்வேறு செயலிகளை எடுத்துக்காட்டுடன் விவரி.

(a) Prove that a graph G with p vertex and $\delta \geq \frac{p-1}{2}$ is

connected.

(b) Explain various operations on graphs with example.

18. ஒரு வரைபு இரு கூறு வரைபாக இருக்கத் தேவையான, போதுமான நிபந்தனை அதன் சுழல்கள் அனைத்தும் ஒற்றைப்படை நீளம் இல்லாதவையாக இருக்கும் என நிரூபி.

Prove that a graph is bipartite if and only if it contains no odd cycle.

19. டிராக்கின் தேற்றத்தை எழுதி நிறுவுக.

State and prove Dirac theorem.

20. ஒவ்வொரு டோர்னமன்டிலும் திசை ஹாமில்டன் பாதை இருக்கும் என காண்க.

Show that every tournament has a directed Hamilton path.

21. K -நீளமுடைய (v_i, v_j) -நடையின் எண்ணிக்கையானது A^K ன் $(i, j)^{\text{th}}$ இடமாகும் என நிரூபி. A என்பது G -ன் அருகாமை அணியாகும்.

Prove that the number of (v_i, v_j) -walks of length K in G is the $(i, j)^{\text{th}}$ entry of A^K , where A is the adjacency matrix of G .

22. G என்பது ஒரு (p, q) கோட்டுரு எனில் கீழ்க்கண்ட கூற்றுகள் சமமானவை என நிறுவுக.

(அ) G ஒரு மரவுரு

(ஆ) G -ன் ஒவ்வொரு ஜோடிப்புள்ளிகளும் ஒரே ஒரு பாதையால் இணைக்கப்பட்டிருக்கும்.

(இ) G இணைந்த கோட்டுரு மற்றும் $p = q + 1$.

(ஈ) G சுழற்சியிலா கோட்டுரு மற்றும் $p = q + 1$.

Let G be a (p, q) graph. Show that the following are equivalent

- (a) G is a tree.
(b) Every two vertices of G are joined by a unique path.
(c) G is connected and $p = q + 1$.
(d) G is acyclic and $p = q + 1$.

23. (அ) காட்டின் ஒவ்வொரு பிரிவும் மரமாகும்.

(ஆ) G ஒரு காடாக இருக்கத் தேவையான, போதுமான நிபந்தனை $q = p - w$ என காண்க.

Show that

(a) Each component of a forest is a tree.

(b) G is a forest if and only if $q = p - w$.
