

QP.No. : BB 781

5SCA

**B.Sc. B.Ed. (4 — YEAR INTEGRATED)
DEGREE EXAMINATION, JANUARY 2022.**

**(For the candidates admitted during the Academic Year
2017–2018 onwards)**

Fifth Semester

NUMBER THEORY

Time : 3 hours

Maximum Marks : 70

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL the questions.

1. வகுத்தலின் ஏதேனும் இரு பண்புகளை எழுதுக.
Write any two properties of divisibility.
2. யூக்லிட் லெம்மாவை கூறு.
State Euclid's lemma.
3. வில்சன் தேற்றத்தை எழுதுக.
State Wilson's Theorem.
4. $18x \equiv 30 \pmod{42}$ என்ற ஒருங்கிசைவின் அனைத்து தீர்வையையும் காண்க.
Find all solutions of the congruence $18x \equiv 30 \pmod{42}$.
5. இருபடித்தான் எச்சமட்டற்றவையை வரையறு.
Define quadratic nonresidue.
6. ஜாகோபி குறியீட்டை வரையறு.
Define Jacobi Symbol.

7. $\tau(12)$ மற்றும் $\sigma(10)$ -ன் மதிப்பை காண்க.
Find the value of $\tau(12)$ and $\sigma(10)$.
8. மீள்வருகை சார்பு வரையறு.
Define recurrence function.
9. $2x + 10y = 17$ என்ற டையோபாண்டின் சமன்பாட்டிற்கு தீர்வு கிடையாது என்பதை நியாயப்படுத்துக.
Diophantine equation $2x + 10y = 17$ has no solution — Justify.
10. பைதகோரியன் மும்மடி — வரையறு.
Define a Pythagorean triple.

PART B — ($5 \times 4 = 20$ marks)

Answer ALL the questions.

11. $n > 1$ என்ற ஒவ்வொரு முழு எண் ஒன்று பகாமம்மாக அல்லது பகாமின் பெருக்கமாக இருக்கும் என காண்க.
Show that every integer $n > 1$ is either prime or a product of prime numbers.
12. $5x \equiv 3 \pmod{24}$ என்ற ஒருங்கிசைவை தீர்.
Solve the congruence $5x \equiv 3 \pmod{24}$.
13. 13-ன் இருபடிதான் எச்சம் மற்றும் எச்சமட்டற்றவையை காண்க.
Find the quadratic residues and non residues of 13.
14. $1000!$ ஐ வகுபடும்படியான 5-ன் உயர்படியினை காண்க.
Find the highest power of 5 dividing $1000!$.

15. $24x + 138y = 18$ என்ற டையோபாண்டின் சமன்பாட்டிற்கு அனைத்து வகையான முழு எண் தீர்வு காண்க.

Determine all solutions in the integers of the Diophantine equation $24x + 138y = 18$.

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer any FIVE questions.

(Five out of Eight question)

16. எண்கணித அடிப்படை தேற்றத்தை எழுதி நிறுவுக.
State and prove Fundamental Theorem of Arithmetic.
17. லெங்கரான்ஜி தேற்றத்தை எழுதி நிறுவுக.
State and prove Lagrange Theorem.
18. $x^2 \equiv 196 \pmod{1357}$ இருபடிதான் ஒருங்கிசைவை தீர்.
Solve the quadratic congruence $x^2 \equiv 196 \pmod{1357}$.
19. மொபியஸ் நேர்மாற்ற வாய்ப்பாடு எழுதி நிறுவுக.
State and prove Mobius inversion formula.
20. $172x + 20y = 1000$ என்ற டையோபாண்டின் சமன்பாட்டிற்கு அனைத்து தீர்வையும் காண்க.
Determine all solutions of the Diophantine equation $172x + 20y = 1000$.
21. $y_1 = 0$ மற்றும் $y_2 = 1$ உள்ள ஃபிளோனெலி சமன்பாட்டை $y_n = y_{n-1} + y_{n-2}$ தீர்.
Solve the Fibonacci difference equation $y_n = y_{n-1} + y_{n-2}$ with $y_1 = 0$ and $y_2 = 1$.

22. $n \geq 1$ எனில் $\sum_{d|n} \phi(d) = n$ என நிரூபி.

If $n \geq 1$, then prove that $\sum_{d|n} \phi(d) = n$.

23. காஸ் துணைத் தேற்றம் எழுதி நிறுவுக.

State and prove Gauss Lemma.
